

Videoclip: introducere în probleme de numărare

Ce învățăm din clip:

- să aplicăm raționamente logice pentru determinarea unor rezultate;
- să transpunem o situație-problemă în limbaj matematic, să rezolvăm problema obținută și să interpretăm rezultatul;
- să utilizăm algoritmi pentru optimizarea calculului.

Câte numere de patru cifre distincte există?

Întrebări de acest fel fac obiectul lecției "Probleme de numărare". Să răspundem la întrebare!

Numerele de patru cifre, au scrierea, în bază 10: \overline{abcd} , unde $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, dar prima cifră este nenulă, deci $a \neq 0$.

Se pune problema: cu ce putem înlocui fiecare cifră, așa încât acestea să nu se repete.

Punem cu cifra miilor, a , care poate fi oricare dintre cifrele $1, 2, 3, \dots, 9$.

A doua cifră, a sutelor, b , poate lua și valoarea 0, dar nu poate lua valoarea care i s-a atribuit deja lui a . Deci $b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a\}$.

A treia cifră, a zecilor, c , poate fi oricare dintre cifrele $0, 1, 2, 3, \dots, 9$, dar nu are voie să repete valorile atribuite deja lui a și lui b . Deci $c \in \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a, b\}$.

A patra cifră, a unităților, d , poate fi oricare dintre cifrele $0, 1, 2, 3, \dots, 9$, dar nu are voie să repete valorile atribuite deja lui a , lui b , sau lui c . Deci $d \in \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a, b, c\}$.

Întrebare este câte astfel de combinații există?

Vom nota:

A mulțimea din care cifra a poate lua valori, deci $A = \{1, 2, \dots, 9\}$

B mulțimea din care cifra b poate lua valori, deci $B = \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a\}$

C mulțimea din care cifra c poate lua valori, deci $C = \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a, b\}$

D mulțimea din care cifra d poate lua valori, deci $D = \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a, b, c\}$.

Cum:

-cifrei a i se pot atribui 9 valori,

-fiecărei valori a cifrei a , îi corespund 9 valori posibile ale cifrei b ,

-fiecărei perechi (a, b) îi corespund 8 valori posibile ale cifrei c ,

-fiecăru triplet (a, b, c) îi corespund 7 valori ale cifrei d ,

$-(a, b, c, d) \in A \times B \times C \times D$,

rezultă că numărul de numere, cu cifre distincte, va fi cardinalul mulțimii

$$A \times B \times C \times D,$$

adică, conform regulii produsului,

$$|A \times B \times C \times D| = |A| \cdot |B| \cdot |C| \cdot |D| = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536.$$

MATEMATRIX