

**Unitatea de învățare** Elemente de logică matematică: **propoziții. Predicate, cuantificatori logici; operații logice elementare. corelare cu operațiile și relațiile cu mulțimi; raționament prin reducere la absurd; inducția matematică; probleme de numărare**

**Videoclip: introducerea în domeniul logicii matematice, pornind de la o serie de enunțuri pe care le vom caracteriza.**

### Ce învățăm din videoclip?

- să **analizăm** enunțuri din punctul de vedere al adevărului sau falsului pe care-l reprezintă;
- să **recunoaștem** caracterul de universalitate sau de existență al unui enunț;
- să **identificăm** erori care conduc la o afirmație falsă în matematică, în baza unui raționament.

Pornind de la Dicționarul explicativ al limbii române, prin **știință** se înțelege un tip de cunoaștere sigură și rațională în legătură cu natura lucrurilor și a condițiilor lor de existență, având la bază un set de adevăruri necontradictorii. În acest sens, **matematica** este, prin excelență, o știință având ca obiect investigarea structurilor abstracte definite în mod axiomatic folosind logica formală.

Litere și simboluri, vocabular specific, propoziții, predicate, reguli... Deși nu suntem la o lecție de limba română, noțiunile precizate anterior sunt prezente și în matematică.

În termeni de **logică matematică**, vom studia enunțuri, le vom încadra la adevăr sau la fals, în acest caz le vom numi propoziții (logice). Cu ajutorul propozițiilor vom forma construcții mai ample, similare cu frazele de la limba română și vom asocia sens matematic noțiunii de predicat. Cu ajutorul propozițiilor și valorii de adevăr asociate acestora, a predicatelor și a conexiunilor dintre acestea, vom descrie tipuri de raționamente specifice domeniului matematică.

**Să analizăm următoarele enunțuri, care, deși nu sunt din domeniul matematicii, pot fi analizate din perspectiva logicii matematice:**

#### **Merele sunt bune la gust.**

Enunțul este unul cu un *caracter subiectiv*, depinde de cel care face afirmația, deci nu putem încadra enunțul nici la adevăr nici la fals.

#### **Un măr este fruct.**

#### **Orice măr este fruct.**

Enunțurile sunt *obiective* și *exprimă un adevăr* în acord cu clasificări din domeniul botanicii.

Deși asemănătoare, cele două enunțuri sunt diferite, primul are un *caracter particular*, al doilea are un *caracter general, universal*. Evident, al doilea enunț nu poate fi adevărat dacă primul enunț nu este adevărat.

**Orice fruct este măr.**

Acesta este un enunț cu caracter general, însă *exprimă un fals*, existând fructe care nu sunt mere.

**Există fructe de culoare roșie care nu sunt mere.**

Avem în cazul de față un enunț cu un *caracter existențial* și exprimă un adevăr. Existența implică cel puțin un element care are proprietatea din enunț, deci este asigurată de unul sau mai multe elemente cu proprietatea respectivă.

**Există mere de culoare roșie care nu sunt fructe.**

Exemplul are tot caracter existențial, dar exprimă un fals. Totuși, enunțul poate fi interpretabil – ceea ce în matematică nu este acceptabil – și susținem afirmația prin paradoxul formulat de Renne Magritte într-una dintre picturile sale celebre: *Acesta nu este un măr*. Se face astfel diferența dintre reprezentare și realitate.



**Pentru orice măr, există un pom al cărui fruct este respectivul măr.**

Enunțul are un caracter combinat – universal și existențial, ce exprimă un adevăr.

Exemplificările anterioare au fost analizate din punctul de vedere al adevărului sau falsului pe care-l reprezintă.

**Am precizat anterior că logica matematică se ocupă de studiul și calculul propozițiilor și, de asemenea, de raționamente sau sisteme de demonstrație.**

Suntem obișnuiți cu rezolvarea de probleme care sunt raționamente ce combină cunoștințe factuale și procedurale.

Ceea ce urmărim prin rezolvarea de probleme este validarea unei cerințe explicite (de exemplu: *verificați că lungimea laturii unui pătrat de arie  $16 \text{ cm}^2$  este egală cu  $4 \text{ cm}$* ), obținerea unui răspuns la o cerință implicită (de exemplu: *determinați lungimea laturii pătratului de arie  $16 \text{ cm}^2$* ) sau studiul unui context și formularea unor concluzii (de exemplu: *reprezintă pe o hartă la o scară convenabilă 4 puncte de interes din localitatea ta și caracterizează sistemul de puncte obținut din perspectiva elementelor de geometrie studiate*).

Fiind deja obișnuiți cu raționamente corecte, în cazul de față vă prezentăm un raționament care conține **erori procedurale**:

$$\begin{aligned}
 a &= b && | \cdot a \\
 \left. \begin{array}{l} a^2 = ab \\ a^2 = a^2 \end{array} \right\} &&& a^2 + a^2 = a^2 + ab \\
 2a^2 &= a^2 + ab && | -2ab \\
 2a^2 - 2ab &= a^2 + ab - 2ab \\
 2a^2 - 2ab &= a^2 - ab \\
 2 \cdot (a^2 - ab) &= 1 \cdot (a^2 - ab) && | : (a^2 - ab) \\
 2 &= 1
 \end{aligned}$$