

Videoclip: Planificarea unei activități practice, utilizând operații cu numere reale și partea întreagă a unui număr real. Compararea unor situații de proporționalitate.

Ce învățăm din videoclip?

- să transpunem o situație cotidiană în limbaj matematic,
- să rezolvăm problema obținută,
- să interpretăm rezultatele.

Pe un teren de formă dreptunghiulară cu dimensiunile 83 m-lungimea și 76 m-lățimea urmează să plantăm o livadă. Pomii vor fi plantați pe rânduri, așa încât între oricare doi pomi consecutivi, și pe rând și pe coloană, să fie păstrată distanța de 4 m, pentru ca aceștia să se dezvolte corect. De câți puiți avem nevoie pentru plantarea livezii?

Vom calcula numărul de distanțe de 4 m, întregi, care încap în lungimea terenului. Numărul acestor distanțe încercăm să-l calculăm împărțind pe 83 la 4. Doar că acesta nu este număr întreg. 83 împărțit la 4 este egal cu 20,75, deci numărul distanțelor întregi, de 4 m, care încap în 83 m, va fi partea întreagă a numărului $83/4$, deci partea întreagă a lui 20,75, deci cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu 20,75, care este 20.

Numărul de pomi de pe un rând îl vom socoti, de exemplu, ținând cont că fiecare distanță de 4 m numărată se încheie cu un pom. Însă prima distanță de pe acest rând, începe și ea cu un pom. Numărul de pomi necesari pe un rând va fi 20 (numărul de distanțe calculate anterior) plus unu (pomul din capătul rândului). Vor fi 21 de pomi pe un rând.

Numărul de distanțe, de 4 m, care încap în lățimea terenului va fi partea întreagă din $76/4$, adică partea întreagă a lui 19 care este chiar 19, acesta fiind număr întreg. Numărul de pomi care încap pe coloană, deci numărul de rânduri pe lățimea terenului va fi 19 (numărul de distanțe calculate anterior) plus unu (pomul din capătul de rând). Deci vor fi 20 de pomi pe coloană.

Numărul total de puiți necesari pentru plantarea livezii se obține înmulțind numărul de pomi de pe un rând cu numărul de pomi de pe o coloană, adică 21 înmulțit cu 20, deci 420 de pomi necesari.

Să vedem ce se întâmplă cu aceste numere, dacă dublăm dimensiunile terenului. În acest caz, noua lungime a terenului va fi 166 m, iar noua lățime a acestuia va fi 152 m. Refacem calculul pentru noile dimensiuni.

Numărul de distanțe de 4 m care încap în noua lungime va fi partea întreagă a numărului $166/4$, adică partea înțregă a lui 41,5, care este 41. Numărul de pomi necesari pentru rândul corespunzător acestei lungimi este 41 plus 1, adică 42 de pomi pe un rând. Numărul distanțelor, pentru noua lățime, va fi partea întreagă a lui $152/4$, deci partea întreagă a numărului 38 care este egală cu 38, dat fiind că acesta este număr întreg. Deci numărul de pomi care încap pe coloană, în acest caz, va fi 38 plus 1, adică 39 de pomi. Numărul total de puieți în acest caz va fi 42 înmulțit cu 39, care este egal cu 1638 de pomi.

Să analizăm puțin aceste rezultate!

Aria suprafeței dreptunghiului mic, pe care o vom nota s , se calculează înmulțind cele două dimensiuni (lungimea ori lățimea). Aria suprafeței obținute prin dublarea dimensiunilor se calculează înmulțind noua lungime, care este dublul lungimii inițiale, cu noua lățime, care este dublul lățimii inițiale. Vom obține aria suprafeței mari egală cu de patru ori aria suprafeței inițiale. Dacă analizăm numărul de pomi necesar dreptunghiului mic și cel necesar dreptunghiului mare, constatăm că proporția nu se păstrează.

420 înmulțit cu 4 este 1680, în timp ce rezultatul nostru pentru numărul de pomi necesari pentru suprafața mare este mai mic, este 1638. În realitate, 1638 împărțit la 420 nu este 4, ca raportul celor două arii, ci doar 3,9. Vă invit să reflectați asupra acestui rezultat și să vă gândiți de unde vine această diferență de proporții.

Pe de altă parte, urmărind calculele anterioare, remarcăm faptul că partea întreagă a lui $83/4$ a fost 20, în timp ce partea întreagă a dublului acestui număr a fost 41, care nu este dublul lui 20. Deci, am obținut faptul că 2 înmulțit cu partea întreagă a unui număr x poate fi diferită de partea întreagă a numărului $2x$. În cazul nostru, x este $83/4$.

Pe de altă parte, partea întreagă a numărului $76/4$ a fost 19, iar partea întreagă a dublului lui $76/4$ a fost 38, ceea ce înseamnă exact dublul lui 19. Deci, există și numere y pentru care 2 înmulțit cu partea întreagă a numărului y este egal cu partea întreagă a numărului $2y$. În cazul nostru y a fost $76/4$.

Atenție la proprietățile părții întregi a unui număr real, pentru că, în general, această egalitate nu este adevărată. În general, un număr întreg înmulțit cu un număr real, în interiorul părții întregi, nu iese în fața părții întregi!