| Unitatea de învățare | Mulțimea numerelor reale: modulul unui număr real |
|---|---|

## Videoclip: definiția modulului unui număr real și câteva proprietăți de bază

### Ce învățăm din videoclip?

- **să alegem forma corectă de reprezentare** a modulului unui număr real;
- **să utilizăm modulul** unui număr real în contexte variate;
- **să deducem** câteva proprietăți de bază ale modulului unui număr real interpretând definiția, **pentru optimizarea calculelor.**

Un număr real poate fi pozitiv, negativ sau zero.

Pentru un număr pozitiv $x$, punctul de abscisă $x$ se reprezintă în partea dreaptă a originii, pentru $y$ negativ punctul de abscisă $y$ se reprezintă în partea stângă a originii, iar numărului zero îi corespunde chiar originea.

Distanța de la origine până la punctul $M$ de abscisă $x$ este, prin definiție, modulul numărului $x$, distanța de la origine până la punctul $N$, de abscisă $y$, este modulul numărului $y$. Fiindcă distanța de la originea axei la ea însăși este zero, deducem că modulul numărului zero este zero.

Din această definiție deducem primele proprietăți ale modulului.

a) modulul numărului real $x$ este mai mare sau egal cu zero, pentru oricare număr real $x$, dat fiind că orice distanță este pozitivă.

b) modulul unui număr real este zero dacă și numai dacă numărul este zero.

O proprietate importantă a reprezentării numerelor pe axă este aceea că numerele opuse se așează pe axă simetric față de origine. Această simetrie indică faptul că distanța de la origine la punctul de abscisă pozitivă $a$, este egală cu distanța de la origine până la punctul de abscisă $-a$. Așadar modulul numărului $a$ este egal cu modulul numărului $-a$.

Putem scrie, așadar,

c) modulul numărului real $-x$ este egal cu modulul numărului real $x$, oricare ar fi numărul real $x$.

De exemplu, pentru rezolvarea ecuației: modul din $1-3x$ egal cu 7, din definiția modulului deducem că punctele de abscisă $1-3x$ sunt așezate pe axă la distanța 7 unități față de origine. Există două posibilități de așezare a acestui număr pe axă: în 7 sau în -7. Avem de rezolvat, astfel, două ecuații: $1-3x=7$ , cu soluția $x=-2$, sau $1-3x=-7$, cu soluția $x=\frac{8}{3}$. Mulțimea soluțiilor ecuației date este $S$ formată din $-2$ și $\frac{8}{3}$.

Urmărind reprezentarea noastră, constatăm că punctele așezate pe axă între abscisele $-a$ și $a$, au distanțele până la origine mai mici sau egale cu a. Căutând pe axă distanțe mai mici sau egale cu $a$, găsim puncte și pe partea dreaptă și pe partea stângă a originii, toate aceste puncte încadrându-se între $-a$ și $a$. Așadar, o altă proprietate utilă este:

d) modulul unui număr real este mai mic sau egal cu $a, a>0$, dacă și numai dacă $x$ parcurge intervalul dintre $-a$ și $a$.

Dacă vom căuta distanțe de la origine la puncte de pe axă, mai mari sau egale cu $a$ , le vom găsi de îndată ce trecem de $a$, pe partea dreaptă a originii sau până în $-a$, pe partea stângă a originii.

Putem scrie:

e) Modulul unui număr real $x$ este mai mare sau egal cu $a$, dacă și numai dacă $x$ aparține intervalului de la minus infinit la $-a$, reunit cu intervalul de la $a$ la plus infinit.

Să exersăm aceste ultime proprietăți în rezolvarea unor inecuații cu modul:

Modul din $1-x$ este mai mic sau egal cu 4. Din definiție, deducem că punctele de abscisă $1-x$ se vor așeza pe axă între -4 și 4, deci inecuația inițială este echivalentă cu -4 mai mic sau egal cu $1-x$ care este mai mic sau egal cu 4. Cele două inegalități sunt satisfăcute simultan, așadar, dacă vom rezolva inecuațiile separat, la final vom intersecta soluțiile.

În inegalitatea dublă, în cazul acesta, putem scădea 1 din toți cei trei membri și obținem -5 mai mic sau egal cu $-x$ care este mai mic sau egal cu 3. Înmulțind cu -1, nu uităm că inegalitățile își schimbă sensul, obținem 5 mai mare sau egal cu $x$ care este mai mare sau egal cu -3. Soluția este intervalul închis, de la -3 la 5.

Sau

Modul din $(1+3x)/2$ este mai mare ca 2. Căutăm pe axă puncte situate la distanțe mai mari decât doi față de origine. Le găsim așezate după 2, în dreapta originii, sau până în -2, în stânga acesteia.

Inecuația se transformă în $(1+3x)/2$ mai mare ca 2 sau $(1+3x)/2$ mai mic ca -2. Prima inecuație are soluție intervalul deschis de la 1 la infinit, iar a doua are soluția intervalul deschis de la minus infinit la -5/3. Soluția finală va fi reuniunea celor două intervale.