Unitatea de învățare	Mulțimea numerelor reale:operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, aproximări, operații cu intervale

Videoclip: reprezentarea numerelor reale pe axă; utilizarea aproximărilor pentru reprezentarea numerelor iraționale pe axă; construcții geometrice.

Ce învățăm din videoclip?

- să alegem forma de reprezentare a unui număr real;
- să utilizăm aproximări pentru reprezentarea pe axă a numerelor iraționale;
- să utilizăm elemente sau instrumente de geometrie la reprezentarea numerelor reale pe axă.

Pentru reprezentarea numerelor pe axa numerelor reale, fie că sunt naturale, întregi sau raționale, avem nevoie de reprerul cartezian unidimensional, care este o dreaptă cu sens pozitiv de parcurgere marcat prin săgeata către dreapta, cu un punct fix numit origine, împreună cu o unitate de măsură.

Pentru reprezentarea unui număr întreg este suficient să numărăm unități de măsură, pornind de la origine, către dreapta pentru numerele pozitive și către stânga pentru cele negative.

Dacă vrem să reprezentăm numărul 2 care este întreg pozitiv, măsurăm de la origine către dreapta, două unități de măsură și obținem un punct care spunem că are abscisa 2.

Pentru reprezentarea numărului -3, de la origine începând, parcurgem 3 unități către stânga. Am numărat 3 unități și am reprezentat punctul de abscisă -3.

Pentru un număr rațional, care se poate scrie totdeauna sub forma unei fracții ordinare, vom folosi partiții ale unităților de măsură.

Am ales exemplul 7/4, care, după extragerea întregilor din fracție, devine 1 întreg și 3/4. Ce înseamnă acest lucru pentru reprezentare? De la origine către dreapta, căci vorbim de un număr pozitiv, vom parcurge o unitate de măsură și încă 3 pătrimi din unitatea următoare. Împărțim unitatea următoare în 4 părți egale și primele trei pătrimi din această unitate se alătură întregului anterior. Am găsit astfel, pe axă, punctul de abscisă 7/4.

Pentru numerele iraționale, însă, nu mai putem lucra cu partiții. Un număr irațional are o infinitate de zecimale care nu se repetă periodic și nu poate fi reprezentat ca o fracție ordinară.

Un prim mod de reprezentare pentru numerele iraționale ar fi utilizarea aproximărilor, prin lipsă sau prin adaos, aproximări care sunt numere raționale.

Să luăm exemplul numărului irațional radical din 5 afișat pe ecranul calculatorului de buzunar 2,23606... . Aproximarea prin lipsă, cu o eroare mai mică decît 1/10, a lui radical din 5 este 2,2. Acesta este număr rațional. Se poate scrie 22/10, după simplificare, 11/5, iar după extragerea întregilor din fracție citim numărul 2 întregi și o cincime. Când vreau să reprezint acest număr pe axă, parcurg de la origine, spre dreapta, două unități și o cincime din unitatea următoare. Împart unitatea următoare în 5 părți egale, și prima cincime din această unitate o alătur celor doi întregi reprezentați anterior. Găsim astfel punctul de abscisă 2,2 sau de abscisă 2 întregi și 1/5.

Însă, reprezentarea lui radical din 5 se poate face și cu instrumente de geometrie.

Vom reprezenta din nou reperul unidimensional. Avem nevoie de un segment care să aibă sigur lungimea egală cu radical din 5.

Construim un triunghi dreptunghic cu o catetă de lungime o unitate, iar cealaltă catetă de lungime 2 unități. Conform teoremei lui Pitagora, ipotenuza va avea lungimea radical din 5. Acum vom folosi compasul. Așezăm compasul cu vârful într-unul din capetele ipotenuzei, ajustăm deschizătura compasului la lungimea ipotenuzei, apoi fixăm vârful compasului în originea axei și trasăm un arc de cerc. Arcul va intersecta partea pozitivă a axei în punctul de abscisă radical din 5, iar partea negativă a axei în punctul de abscisă minus radical din 5.

Dar nu toate numerele iraționale se pot obține ușor ca lungimi de segmente.

Luăm exemplul numărului π (pi), afișat de calculatorul de buzunar ca fiind 3,141592.... O aproximare prin lipsă, cu o eroare mai mică decât 1/100 este 3,14 care, scris ca fracție ordinară, devine 314/100, iar prin simplificare devine 157/50 sau 3 întregi și 7/50. Vom parcurge, deci, 3 întregi de la origine către dreapta, iar următoarea unitate trebuie împărțită în 50 de părți egale, ceea ce nu este deloc avantajos.

O altă aproximare prin lipsă a numărului π (pi), cu o eroare mai mică decât 1/10, este 3,1, adică 31/10 sau 3 întregi și 1/10, ceea ce înseamnă că vom împărți a patra unitate de pe axă doar în 10 părți egale, deci mult mai ușor decât în cazul anterior.

Putem folosi și aproximarea prin adaos a lui π (pi), cu o eroare mai mică decât 1/100, adică 3,15, deci 3 întregi și 15/100, sau 3 întregi și 3/20. Și această reprezentare ar fi mai ușor de făcut decât a lui 3,14.

Doar că 3,14 este o aproximare ”mai bună” a numărului π (pi), acesta fiind mai apropiat de numărul nostru decât 3,1 sau 3,15.

Vă invit să parcurgeți breviarul teoretic pentru lecțiile ”Ordonarea numerelor reale” și ”Aproximări”, apoi să vă verificați cunoștințele rezolvând exercițiile propuse.