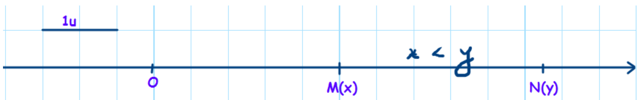
MATEMATRIX
LECȚII DE MATEMATICĂ
PRÊT-À-PORTER

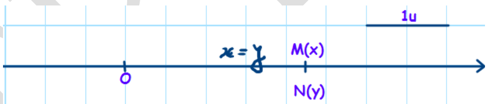
Unitatea de învățare	Mulțimea numerelor reale:operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, aproximări, operații cu intervale

Ordonarea numerelor reale

Ordonarea numerelor reale

Relația de ordine pe $\mathbb{R}$ este ”$\leq$” (citim mai mic sau egal) și reprezintă o legătură între **două** numere reale.
Când spunem că numărul real x este mai mic sau egal cu numărul real y înțelegem că, pe axa numerelor reale, punctul de abscisă x se află în stânga punctului de abscisă y, sau că cele două puncte coincid.





Atenție! : Formularea ”2 este mai mic sau egal” este incompletă dacă nu precizăm cu ce alt număr real l-am pus pe 2 în relație.

Relația de ordine pe $\mathbb{R}$ are următoarele proprietăți:
1. Este **reflexivă**: $x \leq x$ pentru orice număr real x.
2. Este **antisimetrică**: $dacă\ x \leq y\ și\ y \leq x, atunci\ x = y$
3. Este **tranzitivă**: $dacă\ x \leq y\ și\ y \leq z, atunci\ x \leq z$.

Relația de ordine pe $\mathbb{R}$ este **TOTALĂ**, adică orice două numere reale se pot compara:
Dacă x și y sunt numere reale, atunci $x \leq y$ sau $y \leq x$.

Compatibilitatea operațiilor algebrice cu relația de ordine pe $\mathbb{R}$

1. Dacă x , y și c sunt numere reale și $x \leq y$, atunci $x + c \leq y + c$. (*prin adunarea aceluiași număr la ambii membri ai unei inegalități, inegalitatea se păstrează*)

Exemplu: $\frac{1}{3} \leq \frac{6}{7} \ \Big|+\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \leq \frac{6}{7} + \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{8}{15} \leq \frac{37}{35}$

2. Dacă x , y sunt numere reale astfel încât $x \leq y$, și $c \geq 0$ atunci $x \cdot c \leq y \cdot c$. (prin înmulțirea cu același număr pozitiv c a ambilor membri ai unei inegalități, inegalitatea se păstrează)

Exemplu: $\frac{1}{3} \leq \frac{6}{7} \ \Big|\cdot\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \leq \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{15} \leq \frac{6}{35}$

3. Dacă x , y sunt numere reale astfel încât $x \leq y$, și $c < 0$ atunci $x \cdot c \geq y \cdot c$. (prin înmulțirea cu același număr negativ c a ambilor membri ai unei inegalități, inegalitatea își

schimbă semnul din ”mai mic sau egal” în ”mai mare sau egal. Spunem că inegalitatea își schimbă sensul.)

Exemplu: $\frac{1}{3} \leq \frac{6}{7} \;\Big|\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) \geq \frac{6}{7}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow -\frac{1}{15} \geq -\frac{6}{35}$

Chiar dacă relația de ordine pe $\mathbb{R}$ este ” $\leq$ ” (mai mic sau egal), vom utiliza, în aceeași măsură, și semnul ” $\geq$ ” (mai mare sau egal), prin $x \geq y$ (x mai mare sau egal cu y) înțelegând $y \leq x$ (y mai mic sau egal cu x)

Inegalitatea strictă: Dacă x și y sunt numere reale, prin $x < y$ (citim x strict mai mic decât y) înțelegem $x \leq y, dar\ x \neq y$. Aceeași inegalitate strictă o putem exprima și prin scrierea $y > x$ (citim y strict mai mare ca x).

Inegalitatea mediilor

Pentru două numere pozitive, x și y definim următoarele medii:

Media aritmetică	Media geometrică	Media armonică	Media pătratică
$m_a = \frac{x+y}{2}$	$m_g = \sqrt{x \cdot y}$	$m_h = \frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$	$m_p = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$

Inegalitatea mediilor:

Dacă x și y sunt numere reale pozitive, atunci: $m_h \leq m_g \leq m_a \leq m_p$, egalitatea având loc dacă și numai dacă numerele sunt egale.