MATEMATRIX
LECȚII DE MATEMATICĂ
PRÊT-À-PORTER

Unitatea de învățare:	Primitive

Proprietăți ale integralei nedefinite

Teoremă

Dacă funcțiile $f, g : J \to \mathbb{R}$(J *interval*) admit primitive și $\lambda \in \mathbb{R}^*$, atunci funcțiile f+g, respectiv λf admit primitive și $\int (f(x) + g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$, $\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$.

Exemple

1. $\int (2\cos x - 3e^x)dx = 2\int \cos x dx - 3\int e^x dx = 2\sin x - 3e^x + \mathscr{C}$;
2. $\int \arcsin x dx + \int \arccos x dx = \int (\arcsin x + \arccos x)dx = \int \frac{\pi}{2}dx = \frac{\pi}{2}x + \mathscr{C}$;
3. $\int xe^t dt = x\int e^t dt = xe^t + \mathscr{C}$;
4. $\int x\cos t dx = x\int\ cos x dx = x\sin x + \mathscr{C}$.

Observații

Produsul, raportul și compunerea a două funcții care admit primitive nu admit, neapărat, primitive. $\int f(x)\cdot g(x)dx$ nu este, neapărat, egală cu $\int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$, de asemenea, $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx$ nu este, neapărat, egală cu $\frac{\int f(x)dx}{\int g(x)}dx$.

Exemple

$\int x\cdot \ln x dx \neq \int x dx \cdot \int \ln x$

$\int \frac{\ln x}{x}dx \neq \frac{\int \ln x}{\int x dx}$.

Observații

Există funcții care nu admit primitive, dar al căror produs sau sumă sau raport admit primitive.

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ -1, & x \geq 0 \end{cases}$.