MATEMATRIX
LECȚII DE MATEMATICĂ
PRÊT-À-PORTER

Primitive

Nevoia de primitivă a apărut din aplicaţiile matematicii în situaţii concrete, acestea constau în determinarea modelului matematic al unui proces atunci când se dă viteza de variaţie a acestuia.
Calculul integral se ocupă, printre alte lucruri, cu determinarea unei funcții F din care f se obține prin derivare, un fel de "undo" pentru derivarea funcțiilor. Deoarece $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$, o primitivă a funcției $f(x) = 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ este $F(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Exemple care conduc la nevoia de primitivă

Populație

Rata variației numărului de locuitori dintr-un oraș Alfarești este modelat de funcția $P'(t) = 11{,}7e^{0{,}026t}$, unde t reprezintă numărul de ani care au trecut din anul 1960, iar rezultatul se obține în mii de locuitori. Știind că la recensământul efectuat în 1980 au fost 100000 locuitori, să se afle numărul de locuitori ai orașului Alfarești în anul 2020.

Având în vedere că știm variația populației, vom putea afla funcția care modelează numărul de locuitori ai orașului Alfarești punând intrebarea: ce funcție are derivata egală cu $P'(t) = 11{,}7e^{0{,}026t}$? O funcție cu această proprietate este $P(t) = \dfrac{11{,}7}{0{,}026}e^{0{,}026t} + c, c \in \mathbb{R}$.
Știm că P(20)=100, adică $\dfrac{11{,}7}{0{,}026}e^{0{,}026\cdot 20} + c = 100$ și obținem $c \approx -656{,}912$, folosind wolframalpha.com. Așadar populația în anul 2020 va fi $P(60) = \dfrac{11{,}7}{0{,}026}e^{0{,}026\cdot 60} - 656{,}912 \approx 1484{,}56$, adică aproximativ 1484560 locuitori.

Cerere

O companie a modelat variația cererii unui produs în funcție de preț găsind funcția $D'(x) = -\dfrac{3000}{x^2}$, unde x reprezintă prețul produsului în lei. Să se determine funcția după care se modelează cererea, știind că atunci când prețul este 3 lei, cererea este de 993 de bucăți.

MATEMATRIX

Acest material este oferit gratuit de matematrix.ro în conformitate cu CC-BY-SA
www.matematrix.ro

Cunoscând rata de schimbare a cererii în funcție de preț, vom putea afla funcția care are derivata D'. O astfel de funcție va fi de forma $D(x) = \frac{3000}{x} + c, c \in \mathbb{R}$.

Mai mult, știm că $D(3) = 993$, adică $\frac{3000}{3} + c = 993$, deci c=-7. Deducem că $D(x) = \frac{3000}{x} - 7$.

Observăm că dacă prețul se dublează cererea este de $D(6) = \frac{3000}{6} - 7 = 443$ de bucăți.

Memorare

În cadrul unui experiment de memorare, viteza cu care memorau participanții cuvinte din vocabularul limbii spaniole era $M'(t) = \frac{1}{5}t - \frac{3}{1000}t^2$, unde *M(t)* este numărul de cuvinte memorate în *t* minute.

a) Determinați *M(t),* știind că *M(0)=0.*

b) Câte cuvinte se pot memora în 8 minute?

---

a) Primitiva funcției $M'(x)$ este $M(t) = \frac{1}{5} \cdot \frac{t^2}{2} - \frac{3}{1000} \cdot \frac{t^3}{3} + m, m \in \mathbb{R}$. Din condiția inițială deducem că *m=0.*

b) În 6 minute se vor memora $M(8) = \frac{1}{5} \cdot \frac{8^2}{2} - \frac{3}{1000} \cdot \frac{8^3}{3} \approx 6$ cuvinte.

Acest material este oferit gratuit de matematrix.ro în conformitate cu CC-BY-SA
www.matematrix.ro