Unitatea de învățare	Puteri și radicali

Videoclip: Operații cu puteri cu exponenți reali

Ce învățăm din videoclip:

- **să identificăm caracteristici** ale numerelor reale scrise sub forma unor puteri cu exponenți reali;
- **să aplicăm** reguli de operare cu puteri;
- **să alegem strategii potrivite de rezolvare** pentru optimizarea calculelor.

Vom aplica operații cu puteri și proprietăți ale acestora, în câteva calcule.

1. $\left(a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{4}} : \left[\left(a^{\frac{1}{9}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\right]$ pentru $a>0$.

Avem de efectuat înmulțiri, împărțiri, ridicări la putere, cu puteri cu exponenți raționali. Vom aplica, pe rând, aceste operații. Vom nota numărul dat cu N.

$$N=\left(a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{4}} : \left[\left(a^{\frac{1}{9}+\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\right]=\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} : \left[\left(a^{\frac{4}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\right]=a^{\frac{1}{8}} : \left(a^{\frac{2}{9}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\right)$$

$$N=a^{\frac{1}{8}} : a^{\frac{2}{9}-\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{8}} : a^{-\frac{1}{9}}=a^{\frac{1}{8}-\left(-\frac{1}{9}\right)}=a^{\frac{1}{8}+\frac{1}{9}}=a^{\frac{17}{72}}$$

La înmulțirea puterilor cu aceeași bază am adunat exponenții, la împărțirea puterilor cu aceeași bază am scăzut exponenții, iar la ridicarea unei puteri la altă putere am înmulțit exponenții.

A doua aplicație se referă la puteri cu exponenți reali.

2. $\left(\frac{7^{\sqrt{3}}}{7^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{7^{\sqrt{5}}}{7^{\sqrt{3}}}\right)^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

În interiorul parantezelor avem de efectuat împărțiri de puteri cu aceeași bază, deci vom scădea exponenții, apoi noua putere se ridică la altă putere, deci se vor înmulți exponenții.

$$\left(\frac{7^{\sqrt{3}}}{7^{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{7^{\sqrt{5}}}{7^{\sqrt{3}}}\right)^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\left(7^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot\left(7^{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=$$

MATEMATRIX

Acest material este oferit gratuit de matematrix.ro în conformitate cu CC-BY-SA
www.matematrix.ro

$$= 7^{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \cdot 7^{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = 7^{3-2} \cdot 7^{5-3} = 7^1 \cdot 7^2 = 7^3.$$

Am aplicat, pe parcurs, formula algebrică $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

A treia aplicație: pentru a și b numere strict pozitive, să aducem la o formă mai simplă numărul:

3. $\frac{(a^2b)^{\sqrt{2}}}{(ab^3)^{\sqrt{8}}} \cdot a^{5\sqrt{2}}$

$$\frac{(a^2b)^{\sqrt{2}}}{(ab^3)^{\sqrt{8}}} \cdot a^{5\sqrt{2}} = \frac{a^{2\sqrt{2}}b^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{8}}b^{3\sqrt{8}}} \cdot a^{5\sqrt{2}}$$

Am distribuit exponenții fiecărui factor de la bază. În această etapă, apar 3 puteri ale lui a, două la numărărtor, una la numitor, ceea ce se poate restrânge într-o singură putere cu bază a și cu exponentul $2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{8}$. În mod similar, împărțind puterile cu bază b, obținem o singură putere cu bază b și exponent $\sqrt{2} - 3\sqrt{8}$. Scoțând, apoi, factori de sub radical, în cazul lui $\sqrt{8}$, obținem:

$$\frac{(a^2b)^{\sqrt{2}}}{(ab^3)^{\sqrt{8}}} \cdot a^{5\sqrt{2}} = \frac{a^{2\sqrt{2}}b^{\sqrt{2}}}{a^{\sqrt{8}}b^{3\sqrt{8}}} \cdot a^{5\sqrt{2}} = a^{2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}} \cdot b^{\sqrt{2}-6\sqrt{2}} =$$
$$= a^{5\sqrt{2}} \cdot b^{-5\sqrt{2}}$$

Cum exponentul $5\sqrt{2}$ este comun, putem strânge rezultatul într-o singură putere, cu bază

$a \cdot b^{-1}$ și cu exponent $5\sqrt{2}$:

$$a^{5\sqrt{2}} \cdot b^{-5\sqrt{2}} = (a \cdot b^{-1})^{5\sqrt{2}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{5\sqrt{2}}.$$

Acest material este oferit gratuit de matematrix.ro în conformitate cu CC-BY-SA
www.matematrix.ro